

Анализ социальных сетей. Лекция 6

Конфигурационная модель

Михаил Пожидаев

13 апреля 2024 г.

Конфигурационная модель

Заданы степени вершин k_i

Ключевые обозначения и параметры модели:

- ▶ n — количество вершин;
- ▶ k_i — степень вершины i ;
- ▶ $m = \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{2}$ — количество рёбер;

Порядок построения

Пока есть несвязанные полурёбра у вершин, выбираем случайным образом пару из них и соединяем (допуская кольца и кратные рёбра).

Характеристики

Вероятность состыковаться с вершиной j одним конкретным ребром вершины i : $\frac{k_j}{2m-1}$.

Вероятность существования связи вершин i и j любым одним ребром: $\frac{k_i k_j}{2m-1}$ или $\frac{k_i k_j}{2m}$.

Вероятность существования двух связей: $\frac{k_i k_j (k_i - 1)(k_j - 1)}{4m^2}$.

Парные рёбра

Средняя доля двойных рёбер

Для получения средней доли двойных рёбер произведём суммирование по всем парам вершин:

$$\frac{1}{2} \sum_{i,j \in N} p_{ij} p_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in N} \frac{k_i k_j (k_i - 1)(k_j - 1)}{4m^2}$$

Учитывая, что средняя степень $k = \frac{2m}{n}$ и, следовательно, $2m = nk$, новое выражение можно записать как:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{n^2 k^2} \sum_{i,j \in N} (k_i k_j (k_i - 1)(k_j - 1))$$

Если второй момент распределения степеней вершин конечный, то при $n \rightarrow \infty$ это выражение будет стремиться к нулю.

Парадокс дружбы

Обнаруженный Скоттом Фельдом

В конфигурационной модели наблюдается закономерность, согласно которой для любой наугад взятой вершины количество «друзей» в среднем будет меньше, чем среднее количество «друзей» у её «друзей». Этот эффект получил название парадокс дружбы.

Поиск деревенской звезды !

Как найти популярных людей на деревне, если можно опросить 100 любых её жителей?

1. Выбираете десять случайных людей и узнаете их знакомых.
2. Опрашиваете 90 знакомых для первых десяти опрошенных людей.
3. Выбираете из них человека с самым большим количеством знакомых.

Гигантский компонент

Критерий Моллоя-Рида

Если обозначить через c_1 количество связей на расстоянии одного рукопожатия, через c_2 — количество связей на расстоянии двух рукопожатий, а через c_d — количество связей на расстоянии d рукопожатий, то в конфигурационной модели выполняется соотношение:

$$c_d = \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{d-1} c_1$$

Если $\frac{c_2}{c_1} < 1$, то сеть обладает эффектом маленького мира. Это соотношение связано с критерием Моллоя-Рида, которое характеризует появление в сети гигантского компонента.

Перколяция и атака

- ▶ Если конфигурационную модель заполнить степенным распределением при $\alpha = 2, 2$, то гигантский перколяционный кластер в ней перестает существовать при атаке на 3% узлов.
- ▶ В случае рассмотрения сети передачи инфекции, где количество связей у носителей чаще всего ограничено сверху, то для появления популяционного иммунитета нужно вакцинировать не менее 3% людей.

Спасибо за внимание!

Всё о курсе: <https://marigostra.ru/materials/networks.html>

E-mail: msp@luwrain.org

Канал в Телеграм: <https://t.me/MarigostraRu>